चुटकियों में बड़ी - बड़ी गणनाएं

वैदिक गणित

वैदिक गणित के 16 सूत्र एवं 14 उपसूत्र

सहयोग राशि - 60 रूपये

वैदिक गणित

जगद्गुरू स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ द्वारा विरचित वैदिक गणित अंकगणितीय गणना की वैकल्पिक एवं संक्षिप्त विधियों का समूह है। इसमें १६ मूल सूत्र दिये गये हैं। वैदिक गणित गणना की ऐसी पद्धति है, जिससे जटिल अंकगणितीय गणनाएं अत्यंत ही सरल, सहज व त्वरित संभव हैं।

भारत में कम ही लोग जानते हैं कि वैदिक गणित नाम का भी कोई गणित हैं। जो जानते भी हैं, वे इसे विवादास्पद मानते हैं कि वेदों में किसी अलग गणना प्रणाली का उल्लेख हैं, पर विदेशों में बहुत से लोग मानने लगे हैं कि भारत की प्राचीन वैदिक विधि से गणित के हिसाब लगाने में न केवल मजा आता हैं, उससे आत्मविश्वास मिलता हैं और स्मरणशक्ति भी बढ़ती हैं, मन ही मन हिसाब लगाने की यह विधि भारत के स्कूलओं में शायद ही पढ़ाई जाती हैं। भारत के शिक्षाशास्त्रियों का अब भी यही विश्वास हैं कि असली ज्ञान-विज्ञान वही हैं, जो इंग्लैण्ड-अमेरिका से आता हैं।

घर का जोगी जोगड़ा, आन गाँव का सिद्धा जबकि सच्चाई यह हैं कि इग्लैण्ड़-अमेरिका जैसे आन गाँव वाले भी योगविद्या की तरह ही आज भारतीय वैदिक गणित पर चकित हो रहे हैं और उसे सीख रहे हैं। उसे सिखाने वाली पुस्तकों और स्कूलोँ की भरभार हो गई हैं। बिना कागज-पेंसिल या कैल्कूलेटर के मन ही मन हिसाब लगाने का उससे सरल और ते तरीका शायद ही कोई हैं।

संग्रहकर्ता – रोबिन सिराना

- ये सूत्र सहज ही में समझ में आ जाते हैं। उनका अनुप्रयोग सरल है तथा सहज ही याद हो जाते हैं। सारी प्रक्रिया मौखिक हो जाती है।
- कई पैड़ियों की प्रक्रियावाले जटिल गणितीय प्रश्नों को हल करने में प्रचलित विधियों की तुलना में वैदिक गणित विधियाँ काफी कम समय लेती हैं।
- छोटी उम्र के बच्चे भी सूत्रों की सहायता से प्रश्नों को मौखिक हल कर उत्तर बता सकते हैं।
- वैदिक गणित का संपूर्ण पाठ्यक्रम प्रचलित गणितीय पाठ्यक्रम की तुलना में काफी कम समय में पूर्ण किया जा सकता है।

वैदिक गणित के 16 सूत्र निम्नलिखित हैं –

1. एकाधिकेन पूर्वेण – पहले से एक अधिक के द्वारा
2. निखिलं नवतश्चरमं दशतः – सभी नौ में से तथा अन्तिम दस में से
3. उध्वातिर्यक् भ्याम् – सीधे और तिरछे दोनो विधियों से
4. परावर्त्य योजयेत् – परिवर्तन एंव प्रयोग
5. शून्यं साम्यसमुच्चयें – समुच्चय समान होने पर शून्य होता हैं।
6. आनुररूप्ये शून्यमन्यत् – अनुरूपता होने पर दूसरा शून्य होता हैं।
7. संकलनव्यवकलनाभ्याम् – जोड़कर और घटाकर
8. पूरणापूराणाभ्याम् – पूरा करने और विपरीत क्रिया द्वारा
9. चलनकलनाभ्याम् – चलन-कलन की क्रियाओं द्वारा
10. यावदूनम् – जितना कम हैं।
11. व्यष्टिसमिष्ट – एक से पूर्ण और पूर्ण को एक मानते हुए।
12. शेषाण्यड्केन चरमेण – अंतिम अंक के सभी शेषों को।
13. सोपान्त्यद्वयमन्त्यम् – अंतिम और उपान्तिम का दुगुना।
14. एकन्यूनेन पूर्वेण – पहले से एक कम के द्वारा
15. गुणितसमुच्चयः - गुणितों का समुच्चय

16. गुणकसमुच्चयः – गुणकों का समुच्चय

उपसूत्र

1. आनुरूप्येण - अनुपातों से।
2. शिष्यते शेषसंज्ञ - एक विशिष्ट अनुपात में भाजक के बढ़ने पर भजनफल उसी अनुपात में कम होता हैं तथा शेषफल अपरिवर्तित रहता हैं।
3. आद्यमाद्येन अन्त्यमन्त्येन - प्रथम को प्रथम के द्वारा तथा अन्तिम को अन्तिम के द्वारा।
4. केवलैः सप्तकं गुण्यात् - 7 के लिए गुणक 143
5. वेष्टनम् - आश्लेषण करके।
6. यावदूनम् तावदूनम् - विचलन घटा करके।
7. यावदूनम् तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत् - संख्या की आधार से जितनी भी न्यूनता हो उतनी न्यूनता और करके उसी न्यूनता का वर्ग भी रखें।
8. अन्त्ययोर्दशकेऽपि - अन्तिम अंकों का योग 10 वाली संख्याओं के लिए।
9. अन्त्ययोरेव - अन्तिम पद से ही।
10. समुच्चयगुणितः- गुणनफल की गुणन संख्याओं का योग।
11. लोपनस्थापनाभयाम् - विलोपन तथा स्थापना से।
12. विलोकनम्- देखकर।
13. गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः - गुणनखण्ड़ो की गुणन संख्याओं के योग का गुणनफल गुणनफल की गुणन संख्याओं के योग के समान होता हैं।
14. ध्वजांक् -ध्वज लगाकर।

सूत्र – 1

एकाधिकेन पूर्वेण – पहले से एक अधिक के द्वारा

ऐसी संख्याओं का वर्ग करना जिसका इकाई का अंक 5 हो –

जैसे – 4 5 * 4 5

दहाई का अंक 4 तथा इस अंक में 1 जोड़कर गुणा, (4 * 4 + 1) इसके

बाद (5*5)=25 लिखे।

= 4 * 5 /25

= 20/25

= 2025 उत्तर

इसी प्रकार 105 * 105

दहाई का अंक 10 तथा इसमें 1 जोड़कर गुणा = 10 * 11 = 110

= 110 / 25

= 11025 उत्तर

सूत्र – 2

निखिलं नवतश्चरमं दशतः – सभी नौ में से तथा अन्तिम दस में से

1. 97 * 98

इन संख्याओं का आधार 100 है, यदि संख्या 6 होती तो उसका आधार 10 होता हैं।

संख्या आधार 100 से कम हैं, अतः इन संख्याओं को आधार 100 से घटाये –

100 – 97 = 3

100 – 98 = 2

घटा कर प्राप्त हुई संख्याओं की आपस में गुणा करें 3*2 = 6

अब या तो पहली संख्या में से दूसरी संख्या की आधार से घटाने पर प्राप्त संख्या घटाये, या फिर दूसरी संख्या में से पहली संख्या की आधार से घटाने पर प्राप्त संख्या घटाये। आपको एक ही उत्तर मिलेगा।

जैसे 97 – 2 = 95

98 – 3 = 95

9506 उत्तर

अब घटी हुई संख्या (3*2) के गुणज 6 को 95 के साथ लिख दें ।

आधार 100 होने के कारण 6 से पहले 0 लिखकर आधार 100 बनाये।

---

2. 1007 * 1006

आधार 1000 में से दोनो संख्या को घटायें

1000 – 1007 = -7

1000 – 1006 = -6

−7∗−6 =

दोनो संख्या आधार से ज्यादा हैं, अतः संख्या जोडी जायेगी।

1006 + 7 = 1013 या

1007 + 6 = 1013

अब घटी हुई संख्या (7*6) के गुणज 42 को 1013 के साथ लिख दें । आधार 1000 होने के कारण 42 से पहले 0 लिखकर आधार 1000 बनाये।

1013042 उत्तर

---

3. 108 * 93

संख्याओं के पास का आधार 100 हैं, दोनो संख्याओं को आधार 100 से घटाने पर,

अतः 100 – 108 = - 8

100 – 93 = 7

−8∗ 7 = −56

108 में 7 घटाने पर = 101

93 में – 8 घटाने पर = 101 (पहला खण्ड़)

- 56 को धनात्मक बनाने के लिए इसका समपूरक निकालें एवं गुणनफल के पहले खण्ड़ से 1 घटा दें। (101-1=100)
  समपूरक - वह संख्या जिसे जोड़ने पर समपूरक बन जाए।
  जैसे – 3 का समपूरक 7
  111 का समपूरक 889
  इसी प्रकार 56 का समपूरक 44
  101 – 1/44

10044 उत्तर

सूत्र - 3

उध्वातिर्यक् भ्याम् – सीधे और तिरछे दोनो विधियों से

86 * 28

8 6

2 8

पहले दोनो संख्याओं के ईकाई के अंकों में गुणा करें

6 * 8 = 48

8 6

2 8

अब तिरछी गुणा करें –

8 * 8 = 64

6 * 2 = 12

64 + 12 =

8 6

2 8

अब दहाई के अंको की गुणा करें

8 * 2 = 16

अब प्राप्त संख्याओं को लिख दें 16 /76/ 48

प्रत्येक खण्ड़ का हासिल अगली संख्या में जोड़ दें ।

16+7/6+4*/8 = 2408 उत्तर

सूत्र - 4

परावव्य योजयेत् – परिवर्तन एंव प्रयोग

इस सूत्र का प्रयोग भाग करने में किया जाता हैं, आप इस सूत्र की सहायता से बड़ी से बड़ी संख्या को आसानी से भाग दे सकते हैं।

जैसे -

2112 / 97

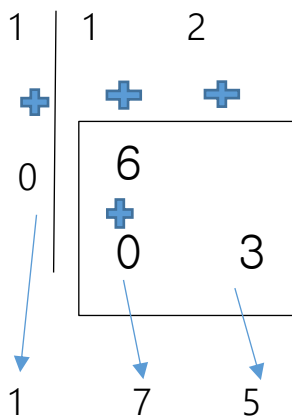
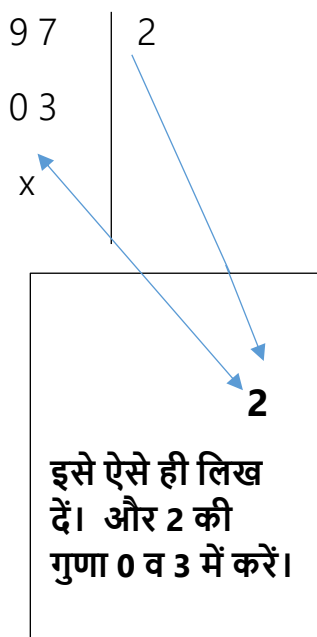
2112 को 97 से भाग करना हैं।

भाजक 97 का आधार 100 हैं, अतः संख्या – आधार

97 – 100 = - 3

परिवर्तन = +3 (चिन्ह बदल जायेगें, ऋणात्मक धनात्मक बन जायेगा, धनात्मक ऋणात्मक बन जायेगा)

- 97 के नीचे आधार से घटी संख्या लिखें "3", व 3 से पहले 0 लिखें क्योंकि आधार 100 हैं।
- फिर 3 कॉलम बना लें।
- फिर जिसे भाग करना हैं उस संख्या को लिखे, आधार 100 हैं तो 2 अंक बाद में लिखे। जैसे 2112 में से 12 आगे लिखे।
- अब संख्या 2 1 1 2 का पहला अंक 2 की गुणा 0 व 3 में करें।
- 2 * 0 = 0 को अगली संख्या 1 में जोड़ दें

- 2 * 3 = 6 को अगली संख्या 2112 की second last संख्या 1 में जोड़ दें।
- 2 * 0 = 0 को अगली संख्या 2112 की third last संख्या 1 में जोड़ दे।
- अब संख्या 2 1 1 2 का दूसरा अंक 1 की गुणा करें 0 व 3 में और अगली संख्या में जोड़ दे।
- 1 * 3 = 3 को आखिरी वाली संख्या 2 में जोड़ दे।
- 1 * 0 = 0 को second last संख्या 1 में जोड़ दे।
- अब सभी संख्या को जोड़ दें।

इसमें 21 भागफल हैं, अतः 75 शेषफल हैं।।।

सूत्र - 5

शून्यं साम्यसमुच्चयें – समुच्चय समान होने पर शून्य होता हैं।

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + \frac{x}{1}$$

x प्रत्येक पद में हैं, अतः x का मान शून्य होगा। इसलिए समीकरण का मान भी शून्य होगा।

$$\frac{7}{4x+4} + \frac{7}{7x-15} = 0$$

x प्रत्येक पद में हैं, अतः x का मान शून्य होगा

अंश समान हैं अतः

4x+4+7x-15 = 0

x = 1 उत्तर

सूत्र – 6

आनुररूप्ये शून्यमन्यत् – अनुरूपता होने पर दूसरा शून्य होता हैं।

यदि किसी एक चर के गुणांकों का अनुपात स्वतंत्र पदों के अनुपात के बराबर हो जाये तो दूसरे चर का मान शून्य हो जाता हैं।

$23x + 14y = 46$

$92x + 17y = 184$

$23x + 14y = 46$ ....(1)

$92x + 17y = 184$................(2)

x के गुणांकों का अनुपात $x = 23/92$

अथवा $x = 1:4$

y के गुणाकों का अनुपात $y = 14/17$

अथवा $y = 14:17$

स्वतंत्र पदो का अनुपात = 46:184

अथवा 1:4

चूँकि x के पदों का अनुपात = स्वतंत्र पदो का अनुपात

अतः $y = 0$

$y = 0$ समीकरण एक में रखने पर

$23x = 46$

$x = 2$ उत्तर

सूत्र – 7

संकलन व्यकलनाभ्याम् – योग द्वारा एवं अन्तर द्वारा

यह सूत्र बीजगणितीय व्यंजकों का महत्तम समापवर्तक निकालने में किया जाता हैं।

विधि –

- दोनो चरों के गुणकों का मान ज्ञात करें
- दोनो समीकरणों का योग निकालें।
- दोनो समीकरणों का अन्तर निकालें।
- प्राप्त सरल समीकरणों से उभय-चरों के मान निकाल लें

$90x - 46y = 226$............1

$46x - 90y = 182$............2

यहाँ पहले समीकरण के एक चर का गुणक दूसरे समीकरण के दूसरे चर के गुणक के बराबर हैं।

दोनो समीकरण का योग

$136x - 136y = 408$..............3

$44x + 44y = 44$................4

समीकरण 3 को 136 व समीकरण 4 को 44 से भाग देने पर हमें प्राप्त होता हैं।

$x - y = 3$

$x + y = 1$

$x = 2$, $y = -1$ उत्तर

सूत्र – 8

पूरणापूरणाभ्याम् – पूर्णता एवं अपूर्णता द्वारा

इस सूत्र का प्रयोग द्विघातीय, त्रिघातीय एवं चुतर्थघातीय समीकरणों को हल करने में किया जाता हैं।

द्विघातीय समीकरण के लिए –

- द्विघातीय समीकरण को x^2 के गुणक से भाग दें
- X के गुणक के आधे का वर्ग निकालें।
- इस संख्या जोड़कर व घटाकर पूर्ण वर्ग बनायें

जैसे –

$x^2 + 4x - 5 = 0$

x^2 के गुणक से भाग (x^2 का गुणक 1 हैं।)

1 से भाग

अब x के गुणक का आधा , x का गुणक = 4

4 का आधा = 2

अब 2 का वर्ग = 4

4 को समीकरण में जोड़ने व घटाने पर –

$x^2 + 4x - 5 + 4 - 4 = 0$

$x^2 + 4x + 4 = 9$

$(x+2)^2 = +/- 9$

$x = 1$ या $x = -5$ उत्तर

त्रिघातीय समीकरण के लिए –

- अपने अनुमान से कुछ ऐसे त्रिघातीय समीकरण लिखिए जो प्रदत्त समीकरण के अधिक निकट हो।
- प्रदत्त समीकरण को अनुमानित समीकरण से घटाये
- प्राप्त अन्तर को समीकरण के दोनो ओर जोड़ कर त्रिघातीय समीकरण को पूरा करें।

जैसे – $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$

अनुमान $(x + 1)^3 = x^3 + 3x(x+1) + 1$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(x+2)^3 = x^3 + 8 + 6x(x+2)$

$= x^3 + 8 + 6x^2 + 12x$

निकट अनुमान $= x^3 + 6x^2 + 12x + 6 = 0$

घटाना -

$(x^3 + 6x^2 + 11x + 6) – (x^3 + 6x^2 + 12x + 8) = 0$

समीकरण हल करके (x+2) प्राप्त हुआ

(x+2) को दोनो ओर जोड़ने पर –

$x + 2 + x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = x + 2$

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x + 2$

$(x+2)^3 = x + 2$

माना $(x+2) = y$

$y^3 = y$

$y^3 – y = 0$

$y.(y^2-1) = 0$

$y = 0, 1$ या $– 1$ उत्तर

सूत्र – 9

चलनकलनाभ्याम् – क्रमिक चाल द्वारा अथवा कलन द्वारा

इस सूत्र का प्रयोग द्विघातीय समीकरणों को हल करने में किया जाता हैं।

पहले x^2 एवं x के गुणक निकालें और उन्हें क्रमशः a और b से सम्बोधित करें

अब अचर पद निकालें और उसे c से सम्बोधित करें।

सूत्र -

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

जैसे – $7x^2 + 5x - 2 = 0$

a = 7 , b = - 5, c = - 2

a,b व c के मान सूत्र में रखने पर –

$$2 * 7x + (-5) = \pm\sqrt{25+56}$$

$$14x - 5 = \pm 9$$

$$x = \frac{-9 + 5}{14} = \frac{2}{7}$$

उत्तर

$$x = \frac{9 + 5}{14} = 1$$

सूत्र – 10

यावदूनम् – जितना कम हैं।

इस सूत्र का उपयोग 10 के निकट विभिन्न घातो की संख्याओं को जोड़ने में किया जाता हैं।

जैसे – 999997 + 743456

999997 के निकट 10 की घात में कमी = 3

(100000 – 999997 = 3)

अतः 743456 में से 3 घटाये

एवं 999997 में 3 जोड़ दे।

743456 - 3 = 743453

999997 + 3 = 100000

अब 100000 + 743453

= 1743453 उत्तर

सूत्र – 11

व्यष्टिसमष्टि – एक से पूर्ण और पूर्ण को एक मानते हुए।
(विशिष्ट एवं साधारण)

यह सूत्र दो अंको संख्याओं में गुणनफल निकालने के लिए प्रयोग किया जाता हैं।

जैसे – 76 * 92

तो अब इन दोनो संख्याओं का औसत निकाले –

$$\frac{76 + 92}{2} = \frac{168}{2} = 84$$

औसत में से किसी एक संख्या का अन्तर

= 84 – 76 = 8

औसत के वर्ग में से अन्तर के वर्ग को घटाये

$= 84^2 - 8^2$

= 7056 – 64

= 6992 उत्तर

सूत्र – 12

शेषाण्यड्केन चरमेण – अंतिम अंक के सभी शेषों को

इस सूत्र का उपयोग किसी भी परिमेय संख्या का भागफल प्राप्त करने में किया जाता हैं।

जैसे -

3/8

अंश 3 व हर 8 से कम हैं, तो अंश के अन्त में शून्य लगाकर भाग दें –

30/8 = भागफल = 3, शेषफल = 6

अब शेषफल लें और शेषफल के अन्त में शून्य लगाये और

पुनः 8 से भाग करें।

60/8 = भागफल = 7, शेषफल = 4

अब शेषफल लें और शेषफल के अन्त में शून्य लगाये और

पुनः 8 से भाग करें।

40/8 = भागफल = 5, शेषफल = 0

शेषफल 0 हो गया, अत: भागफल से पहले दशमलव

लगाकर लिखे।

3/8 = 0.375 उत्तर.

सूत्र – 13

सोपान्त्यद्वमन्त्यम् – अन्तिम एवं उपान्तय का दुगुना

इस सूत्र का उपयोग भाजकता का पता लगाने, गुणा करने में, और परिमेय व्यजनों के सरलीकरण में किया जाता हैं।

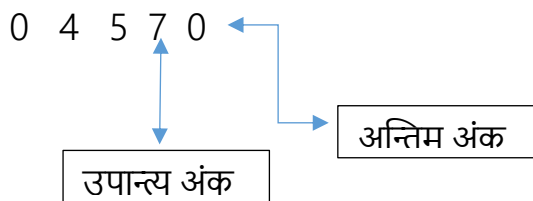
इस सूत्र का उपयोग केवल 12 से गुणा करने एवं 4 से भाजकता ज्ञात करने में किया जाता हैं

जैसे –

457 * 12

संख्या के दोनो ओर शून्य लगाये।

04570 * 12

अब संख्या के अन्तिम अंक एवं उपान्त्य अंक को दुगुना करके जोड़े

अतः उपान्त्य अंक का दुगुना = 7*2 = 14 + 0 (अन्तिम अंक)

प्राप्त संख्या = 1 4 (1 हासिल हैं।)

प्राप्त संख्या = 4

अब ईकाई का अंक काट दे

0 4 5 7 0

अब फिर से अन्तिम अंक में उपान्त्य अंक का दुगुना करके जोड़े

7 + 5 * 2 = 1 7 + 1 (ऊपर जो हासिल प्राप्त हुआ, यहाँ जोड़े)

प्राप्त संख्या = 8

ईकाई का अंक काट दे –

0 4 5 7 0

अब फिर से अन्तिम अंक में उपान्त्य अंक का दुगुना करके जोड़े

5 + 4 * 2 = 1 3 + 1 (ऊपर से प्राप्त हासिल का अंक जोड दे)

प्राप्त संख्या = 4

ईकाई का अंक काट दे –

0 4 5 7 0

अब फिर से अन्तिम अंक में उपान्त्य अंक का दुगुना करके जोड़े

4 + 0 * 2 = 4 + 1 (हासिल जोड़ दे)

प्राप्त संख्या = 5

अब प्राप्त संख्या ऊपर से नीचे लिखे

4 5 7 * 12 = 5 4 8 4 उत्तर

4 से भाजकता -

जैसे – 987364 यदि संख्या के अन्तिम एवं उपान्त्य अंक 4 से विभाजित हैं तो पूर्ण संख्या 4 से विभाजित हो जायेगी।

सूत्र – 14

एकन्यूनेन पूर्वेण – पहले से एक कम के द्वारा

दो गुणन संख्याओं में जब एक संख्या के सभी अंक 9 हो तो एकन्यूनेन पूर्वेण विधि द्वारा गुणा किया जाता हैं। जिस संख्या के सभी अंक 9 हो उसे गुणक तथा दूसरी संख्या को गुण्य कहते हैं।

जैसे –

738 * 999

गुण्य   गुणक

गुणनफल के प्रथम भाग को प्राप्त करने के लिए गुण्य में से एक घटाये

738 – 1 = 737

अब गुणक में 1 जोड़े

999 + 1 = 1000

अब इसमें से गुण्य को घटाये

1000 – 738 = 262

अब प्रथम भाग (737) को लिखे, उसके बाद प्राप्त संख्या (262) को लिखें –

737262 उत्तर

उपसूत्र

अनुरूप्येण - अनुपातों से

इस सूत्र के उपयोग से आनुपातिक गुणन या भाग किया जाता हैं। जब संख्याऐं सैद्धान्तिक आधार 100 से काफी दूर हो तो क्रियात्मक आधार उपयोग में लाया जाता हैं।

जैसे –

1. 39 * 49

इन संख्याओं का वास्तविक आधार = 100

कार्यकारी आधार = 50

अतः कार्यकारी आधार से संख्या को घटाये

50 – 39 = 11

50 – 49 = 1

विचलनों को गुणा करें –

11 * 1 = 11 (यह गुणनफल का अन्तिम हिस्सा हैं।)

अब संख्या को आपस में तिरछा घटाये

विचलन का अन्तर -

या तो 39 में से 1 घटाये या फिर 49 में से 11 घटाये –

39 – 1 = 38

कार्यकारी आधार 100 से आधा हैं, इसलिए 38 का भी आधा कर दे।

38/2 = 19

पहला हिस्सा = 19

अन्तिम हिस्सा = 11

अभीष्ट उत्तर = 1911

---

2. 346 * 307

कार्यकारी आधार = 300
कार्यकारी आधार से संख्या को घटाये

300 – 346 = - 46
300 – 307 = - 7

विचलनों को गुणा करें –

-46 * -7 = 322 (यह गुणनफल का **अन्तिम हिस्सा** हैं।)

अब संख्या को आपस में तिरछा घटाये

विचलन का अन्तर -

346 – (-7) = 353

कार्यकारी आधार 100 से 3 गुना अधिक हैं, अतः संख्या में 3 से गुणा करेगे

353 * 3 = 1059 (प्रथम हिस्सा)

वास्तविक आधार 100 हैं, अतः गुणनफल में अंको की संख्या 2 से अधिक नहीं होगी। इसलिए अंन्तिम हिस्से की एक संख्या , प्रथम हिस्से के नीचे जायेगी।

```
  1 0 5 9  ⇨ प्रथम हिस्सा
+     3 2 2 ⇨ अन्तिम हिस्सा
-----------
1 0 6 2 2 2  उत्तर
-----------
```

❖ इसी तरह आप 4358 * 5234 का गुणनफल निकाल सकते हैं, जिसमें कार्यकारी आधार होगा 5000 व वास्तविक आधार होगा 1000

उपसूत्र

यावदूनम् तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत्

संख्या की आधार से जितनी भी न्यूनता हो उतनी न्यूनता और करके उसी न्यूनता का वर्ग भी रखें।

1. 87^2

निकटतम आधार = 100

आधार में कमी (100 - 87) = 13

अंतिम हिस्सा = 13^2 = 169

169 में 3 अंक हैं, जबकि आधार में 2 शून्य हैं, अतः 1 को प्रथम हिस्से में जोड़ा जायेगा।

अब 87 में से आधार की कमी संख्या घटाये

87 – 13 = 74 (यावदून तावदूनम्)

7 4

+ 1 6 9

7 5 6 9 उत्तर

2. 1020^2

निकटतम आधार = 1000

आधार से अधिकता = 20

अंतिम हिस्सा = 20^2 = 400 (अन्तिम हिस्सा)

अब 1020 में से आधार की अधिक संख्या जोड़े

1020 + 20 = 1040 (प्रथम हिस्सा)

प्रथम हिस्सा / अंतिम हिस्सा

1 0 4 0 / 400

1040400 उत्तर

---

3. 109^3

आधार = 100

आधार से अधिकता = 9

घन का प्रथम हिस्सा = आधार से अधिकता का दुगुना करें एवं मूल संख्या में जोड़े

= 9 * 2 + 109

= 127 (प्रथम हिस्सा)

आरम्भिक अधिकता x आधार से 127 की अधिकता

= 9 * 127

= 243 (मध्य हिस्सा)

घन का अंतिम हिस्सा = 9^3 = 729

127/243/729

आधार में 2 शून्य हैं, अतः एक अंक अगली संख्या के नीचे जायेगा।

```
1 2 7
    2 4 3
+         7 2 9
1 2 9 5 0 2 9
```

1 2 9 5 0 2 9 उत्तर

4. 92^3

आधार = 100

आधार में कमी = 8

घन का प्रथम हिस्सा = आधार से कमी का दुगुना करें एवं मूल संख्या में से घटाये -

92 – 8 * 2 = 76 (प्रथम हिस्सा)

मध्य हिस्सा = आधार में कमी * घन के प्रथम हिस्से (76) की आधार 100 से कमी

= 8 * 24

= 192 (मध्य हिस्सा)

अन्तिम हिस्सा = - 8* -8 * -8

= - 512

संख्या ऋणात्मक हैं, अतः संख्या को समपूरक बनाने के लिए आधार 1000 से घटाना होगा।

1000 – 512 = 488 (अन्तिम हिस्सा)

अभीष्ट संख्याएं

76

192

-1 समपूरक के नियमानुसार , समपूरक से पहले वाली संख्या में से 1 की कमी की जाती हैं।

+ 488

778688 उत्तर

उपसूत्र

अन्त्ययोर्दशकेऽपि - अन्तिम अंकों का योग 10 वाली संख्याओं के लिए।

इस सूत्र का उपयोग उन संख्याओं के लिए किया जाता हैं, जिनका पहला खण्ड़ समान एवं अन्तिम खण्ड़ का योग 10 हो।

पहला खण्ड़ (13-13) समान हैं।

अतः गुणनफल का अन्तिम भाग = 4 * 6 = 24

(गुणनफल के प्रथम भाग में समान संख्या में 1 जोड़कर गुणा कर देगे।)

गुणनफल का प्रथम भाग = 13 * 13 +1 = 182

अभीष्ट गुणनफल = 1 8 2 2 4 उत्तर

उपसूत्र

अन्त्ययोरेव - अन्तिम पद से ही

यह सूत्र उन समीकरणों को सरल करने में प्रयुक्त होता हैं, जिनके बायें पक्ष में अन्तिम पदों (स्वतंत्र पदों) को छोड़कर अंश तथा हर का अनुपात वही होता है, जो दायें पक्ष के पूरे अंश तथा हर का होता हैं। इसे अन्त्ययोरेव अर्थात् अन्तिम पदों के अनुपात द्वारा आसानी से हल किया जा सकता हैं।

जैसे -

1. $$\frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 2x + 5} = \frac{x + 1}{x + 2}$$

सूत्रानुसार - $$\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x} = \frac{x(x+1)}{x(x+2)} = \frac{x+1}{x+2}$$

अतः $$\frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{5}$$

$$5x + 5 = 2x + 4$$
$$5x - 2x = 4 - 5$$
$$3x = -1$$
$$x = -1/3$$ उत्तर

सबसे पहले दोनो तरफ की समीकरण को समान बनाया फिर उसे स्वतंत्र पद के बराबर रख दिया। जिससे x का मान निकल गया।

2.

$$(a+2)(a+3)(a+11) = (a+4)(a+5)(a+7)$$

दोनो तरफ तीन ही a हैं, और दोनो तरफ चर का योग 16 ही हैं। इसलिए हम इस सूत्र का उपयोग कर सकते हैं।

$$\frac{(a+2)(a+3)}{(a+4)(a+7)} = \frac{a+5}{a+11}$$

$$\frac{2*3}{4*7} = \frac{a+5}{a+11}$$ (बायी तरफ चर पद को छोड दे)

$$\frac{a+5}{a+11} = \frac{6}{28}$$

$$28a + 140 = 6a + 66$$

$$28a - 6a = 66 - 140$$

$$22a = -74$$

$$a = \frac{-74}{22} = \frac{-37}{11}$$ उत्तर

उपसूत्र

विलोकनम्- देखकर

1. जैसे : - $x + (1/x) = 10/3$

उक्त समीकरण में विलोकनम् के अनुसार बायाँ पक्ष दो व्युत्क्रमों (x तथा 1/x) का योग हैं। साथ ही दायाँ पक्ष भी दो व्युत्क्रमों (3 तथा 1/3) का योग हैं।

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$$

दाये पक्ष को बाये पक्ष की तरह बना ले।

अतः $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$

$$x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3}$$ तुलना करने पर

$x = 3$ उत्तर

जैसे - $\frac{x+5}{x+6} + \frac{x+6}{x+5} = \frac{82}{9}$

$\frac{82}{9} = \frac{1 + 81}{9 * 1} = \frac{1}{9} + \frac{9}{1}$

दायी तरफ की समीकरण को बायी तरफ की समीकरण की तरह बनाये

फिर तुलना करें।

$\frac{x+5}{x+6} = \frac{1}{9}$ or $\frac{x+6}{x+5} = \frac{9}{1}$

$9x + 45 = x + 6$ या $x+5 = 9x + 54$

$8x = 6 - 45 = - 39$ या $8x = 54 - 5 = 49$

$x = -39/8$ उत्तर या $x = -49/8$ उत्तर

---

3. जैसे :- $5x - y = 7$ और $xy = 6$

$xy = 6$ दिया हुआ हैं।

$xy = 6$ का मतलब हैं कि या तो

$x = 6, y = 1$

या

$x = 1, y = 6$

या

$x = 2, y = 3$

या

$x = 3, y = 2$

अब x व y का मान समीकरण में रखे बारी बारी से। जो इस समीकरण (5x-y=7) को सन्तुष्ट कर देगी। वही x व y के मान होंगे।

x = 6, y = 1 रखने पर -
5 * 6 – 1 = 7
29 ≠ 7 (समीकरण सन्तुष्ट नही हुई)

अब x = 1, y = 6 रखने पर –

5 * 1 – 6 = 7

-1 ≠ 7 (समीकरण सन्तुष्ट नही हुई)

अब x = 2, y = 3 रखने पर –

5 * 2 – 3 = 7

10 – 3 = 7

7 = 7 (समीकरण सन्तुष्ट हो गयी)

अतः x = 2, y = 3 उत्तर

उपसूत्र

गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः

गुणनखण्ड़ों की गुणन संख्याओं के योग का गुणनफल, गुणनफल की गुणन संख्याओं के योग के समान होता हैं।

जैसे –

$(2a + 1)(3a + 5) = 6a^2 + 13a + 5$

दाया पक्ष व बाया पक्ष समान हैं, अतः चर पद छोड़ने पर -

$(2 + 1)(3 + 5) = (6 + 13 + 5)$

$= 24$ उत्तर

गणनाएं करने की कुछ शार्ट ट्रिक्स

वर्गमूल व घनमूल

$1^2 = 1$	$1^3 = 1$
$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$
$7^2 = 49$	$7^3 = 343$
$8^2 = 64$	$8^3 = 512$
$9^2 = 81$	$9^3 = 729$
$10^2 = 100$	$10^3 = 1000$
$11^2 = 121$	$11^3 = 1331$
$12^2 = 144$	$12^3 = 1728$
$13^2 = 169$	$13^3 = 2197$
$14^2 = 196$	$14^3 = 2744$
$15^2 = 225$	$15^3 = 3375$
$16^2 = 256$	$16^3 = 4096$
$17^2 = 289$	$17^3 = 4913$
$18^2 = 324$	$18^3 = 5832$
$19^2 = 361$	$19^3 = 6859$
$20^2 = 400$	$20^3 = 8000$

1. 8836 का वर्गमूल

8 8 3 6

संख्या को 2 -2 अंकों में विभाजित कीजिए, जितने जोड़े बनेगे, वर्गमूल भी उतनी ही संख्या का होगा।

यहां 8836 के दो जोड़े बने हैं, अतः वर्गमूल 2 अंको का होगा।

अब संख्या का ईकाई का अंक निकाले।

8 8 3 6

इकाई का अंक 4 या 6 होगा।

क्योंकि इन दो संख्याओं के वर्गमूल में ईकाई का अंक 6 हैं।

जैसे $4^2 = 16$ व $6^2 = 36$

8 8 3 6 पूर्ण वर्ग 90^2 एवं 100^2 के मध्य हैं।

क्योंकि $90^2 = 8100$ व $100^2 = 10000$

और संख्या हैं 8836 जोकिं 8100 व 10000 के बीच हैं।

$8100 = 90^2$ व $10000 = 100^2$

वर्गमूल या तो 94 होगा या तो 96 होगा।

क्योकि वर्गमूल के इकाई का अंक 4 या 6 हैं।

अब देखे की जिसका वर्गमूल निकालना हैं वो संख्या (8836), संख्या 8100 के नजदीक हैं, या 10000 के।

अतः संख्या 8100 के ज्यादा करीब हैं, इसलिए हम 94 व 96 में से 94 को चुनेगे।

$\sqrt{8836}$ = 94 उत्तर

---

2. 20449 का वर्गमूल –

2 0 4 4 9 में अंको के जोड़े बनाने के बाद , अंको की संख्या 3 हैं।

इकाई का अंक 3 या 7 होगा। क्योंकि इन्हीं सख्याओं के वर्ग में ही इकाई का अंक 9 आता हैं,

जैसे – $3^2 = 9$ व $7^2 = 49$

अब देखे की संख्या का किन दो संख्याओं वर्ग के बीच आ रही हैं।

तीन अंक की संख्या हैं, तो तीन अंक की संख्या के वर्ग के बीच की ही संख्या होगी।

$140^2 = 19600$ व $150^2 = 25000$

संख्या 20449 , 140^2 व 150^2 के बीच की संख्या हैं।

संख्या 20449, संख्या 19600 के ज्यादा नजदीक हैं।

और इकाई के अंक 3 व 7 हैं।

इसलिए वर्गमूल या तो 143 होगा या 147

चूकिः संख्या 140^2 के ज्यादा पास है तो संख्या 143 वर्गमूल होगा।

$\sqrt{20449} = 143$ **उत्तर**

दूसरा तरीका

39^2

3 को a मान लो और 9 को b मान लो

अब सूत्र लगाये

$a^2 / 2ab / b^2$

9 / 54 / 81

1521 उत्तर

घनमूल निकालें –

1. $\sqrt[3]{658503}$

अखिरी 3 संख्याओं को अलग कर ले। जैसे

6 5 8 / 5 0 3 ➡ अंतिम हिस्सा

503 का अंतिम अंक = 3 हैं।

तो अब देखो की 3 किस संख्या के घन में आता हैं।

7^3 = 3 4 3 (7 के घन में इकाई का अंक 3 है, इसलिए उपरोक्त संख्या के घनमूल के इकाई का अंक 7 होगा।)

अब 658 को देखो..

658 संख्या 8^3 = 512 व 9^3 = 729 के बीच की संख्या हैं।

8 व 9 के घन के बीच में है 658

अब हम कम वाली संख्या लेगें , और साथ में इकाई का अंक लिखेगे।

$\sqrt[3]{658503} = 87$ उत्तर

---

2. $\sqrt[3]{3112136}$

अखिरी 3 संख्याओं को अलग कर ले।

3112 / 136

136 में अंतिम अंक 6 हैं।

6 किस संख्या के घन में आता हैं ये देखे

6^3 = 216 (घनमूल के इकाई का अंक 6 होगा।)

3112 पूर्ण घन संख्या 14^3 = 2744 व 15^3 =3375 के मध्य हैं।

अतः कम वाली संख्या ले (14) और इकाई के अंक के साथ लिख दे।

146 उत्तर

$\sqrt[3]{3112136}$ = 146 उत्तर

दूसरा तरीका

3. 19^3

1 को a मान लो और 9 को b

अब सूत्र लगाये

a^3 / $3a^2b$ / $3ab^2$ / b^3

1^3 / $3*9*1^2$ / $3 * 1 * 9^2$ / 9^3

1 / 3 * 9 / 3 * 81 / 729

1 / 27 / 243 / 729

अब इन्हें इस तरह जोड़े

```
     1
    27
   243
+  729
------
  6859
```

गुणा करने की विधि

- **5 से गुणा –**

  संख्या का आधा करे व 10 से गुणा करे –

  क्योंकि 5, 10 की ½ हैं।

  जैसे – 18 * 5

  18/2 * 10 = 90

- **25 से गुणा –**

  236 * 25

  संख्या को 4 से भाग दे, 100 से गुणा करे

  क्योंकि 25 , 100 की ¼ हैं।

  236/4 * 100 = 5900

- **125 से गुणा –**

  64 * 125

  संख्या को 8 से भाग करे व 1000 से गुणा करे

  क्योंकि 125 , 1000 की 1/8 हैं।

10 से लेकर 20 तक की संख्याओं से गुणा –

जैसे 4267 * 17

4 2 6 7 * 1 7

17 का 1 भूल जाओं

7 से गुणा करे –

अगले अंक में गुणा करके पिछले अंक में जोड़ दो।

```
2    5    4
4 ^+ 2 ^+ 6 ^+ 7
+
3
          x  7
-----------------
7  2  5  3  9
```

7 * 7 = 49
4 हासिल, अब 7 * 6 = 42
42 में पिछली संख्या जोड़ दो साथ में हासिल भी
4 2 + 7 + 4 = 53

फिर 2 में गुणा करे, 7 * 2 = 14
14 में हासिल 5 जोड़े, फिर पिछली संख्या 6 जोड़े
14 + 5 + 6 = 25
अब 25 का 5 लिखे, 2 हासिल ले, अब 7 की गुणा 4 में करे,
7 * 4 = 28 , 28 में हासिल 2 जोड़े और पिछली संख्या 2 जोड़े
28+ 2 + 2 = 32, अब 2 को लिखे, अब 3 को पहली संख्या 4 के नीचे रखकर जोड़ दे।

इसी तरह आप 10 से लेकर 19 तक की संख्याओं से किसी भी संख्या में गुणा कर सकते हैं।

10 से 19 के बीच गुणा –

जैसे -

14 * 17

1 4 (पहली संख्या को दूसरे संख्या के इकाई अंक के साथ जोड़ ले)

1 7

14 + 7 = 21 (प्रथम भाग)

अब दोनो इकाई के अंक की गुणा कर दे

4 * 7 = 28 (अन्तिम भाग)

अब प्रथम भाग और अन्तिम भाग को एक साथ लिख दे।

```
 2 1
   2 8
-------
 2 3 8
```

(आधार 10 हैं इसलिए अन्तिम भाग में एक ही अंक आयेगा, अतः एक अंक आगे खिसक जायेगा।)

गुणा करने का तरीका

- पहला तरीका -

2 8 * 3 2

28 को (30-2) के रूप में लिखे और 32 से अन्दर गुणा करे

= (30-2) * 32

= 960 – 64

= 896 उत्तर

- दूसरा तरीका -

6 2 * 6 8

दोनो संख्याओं में 6 का अन्तर हैं।

और बीच का कार्यकारी आधार 65 लेगें, 62 = (65-3), 68 = (65+3)

(65 – 3) (65 + 3)

$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

$65^2 - 3^2$

4225 – 9

4216 उत्तर

(एकाधिकेन पूर्वेण द्वारा)

6 5
6 5
4225

5 * 5 = 25 अन्तिम भाग

6 * 6 +1 = 42 प्रथम भाग

द्विघातीय समीकरण के लिए

$x^2 + 5x + 6 = 0$

अब देखे की स्वतंत्र पद (6) किन दो संख्याओं की गुणा करने पर प्राप्त हुआ हैं।

6 का गुणनखण्ड़ 2 * 3 आयेगा।

अब सूत्र लगाये

यह चिन्ह याद रखे

+	+	=	-	-
-	+	=	+	+
+	-	=	-	+
-	-	=	+	-

$ax^2 + bx + c = 0$

$a = 1, b = 5, c = 6$

अब x का मान निकाले

$\frac{-v1}{a}$, $\frac{-v2}{a}$ (v1 व v2 समीकरण के फैक्टर हैं, जो हमें प्राप्त हुए 2 व 3 के रूप में)

समीकरण $x^2 + 5x + 6 = 0$ में दोनो जगह + + हैं।

+ + = - -

इसलिए हमने फैक्टर दोनो ऋणात्मक रखे हैं।

अतः x के मान है -2 व -3

1 से 100 तक पहाड़ा याद करने की सरल विधि

जैसे हम 27 का पहाड़ा लिख रहे है, लेकिन हमे याद नही तो हम इस विधि से याद कर सकते हैं।

2 7 * 8 सताईस (27) अठ्ठे का पता करना है तो

अब 8 की गुणा संख्या पहले अंक के साथ करे 8 * 2 = 16

अब इसके आगे शून्य लगा ले (160)

अब 8 की गुणा संख्या की दूसरे अंक के साथ गुणा करें 7 * 8 = 56

अब इन्हें एक साथ जोड़ कर लिख दे।

1 6 0

5 6

---

2 1 6 उत्तर

- इसी तरह 27 सत्ते पता कीजिए

2 7 * 7

7 * 2 = 14 (7 की गुणा दहाई अंक से)

शून्य लगाकर लिखे 140

अब 7 की गुणा इकाई के अंक से

7 * 7 = 49

1 4 0

4 9

1 8 9 उत्तर

- इसी तरह 34 चौक्के निकालिए

3 4 * 4

4 * 3 = 12 0

4 * 4 = 16

1 2 0

1 6

1 3 6 उत्तर

***

वैदिक गणित के 17 सूत्र हैं, इन सूत्रों को जो सीख लेगा वो गणित का इतना बड़ा पण्डित हो जायेगा की कैलकूटर से ज्यादा तेज कैलकुलेशन कर पायेगा। कुछ भारवासी पूरी दुनिया में अपना चमत्कार दिखाते रहते हैं गणित का। एक माता जी है, वो पूरी दुनिया में प्रवास करती है, बड़े- बड़े शो करती हैं, लाखों- लाखों रूपये वे इस शो के लेती हैं।

वे माता जी इन्ही सूत्रों को बताती है, और चमत्कारी तरीके से बताती हैं, जैसे 10 अंक की कोई संख्या लिख दो, अब 10 अंक की एक ओर संख्या लिख दो, अब इनमें गुणा कर दो। कैलकुलेटर जितनी देर में बतायेगा वे बहन जी उससे पहले ही बता देती हैं। ये कुछ भी नही है, ये बस वैदिक गणित के सूत्र है, जो सीख लेगा तो वो भी बता देगा। और उनका विज्ञापन भी आता है कि ऐसी माता जी है जिनका दिमाग कम्प्यूटर से तेज चलता हैं, आप आइये इनके दर्शन कीजिए।

मैं कहता हूँ कि ऐसी तो प्रत्येक माता जी हो सकती हैं, सभी भाई हो सकते हैं, बस वैदिक गणित के 17 सूत्र सीखने की देरी हैं।

मेरी आपसे विनम्र प्रार्थना है कि आपके घर में छोटे-छोटे बच्चे हैं तो उन्हें आप वे सूत्र सीखा दीजिए। गणित उनको रोचक हो जायेगा। हमारे देश के बच्चो को गणित में ही सबसे ज्यादा बोरियत आती हैं। क्योंकि आज जो हम गणित सीखते व सीखाते हैं, तो वो अंग्रेजों के तरीके से हैं, उसमें रस बिल्कुल नही है, लेकिन ये जो वैदिक गणित लिखा गया है, इसको सीखने में इतना रस है, कि आप 90 साल के भी हो जाये तो आप ऐसे ही सीखेगे जैसे 15- 16 साल के हो। हमारे देश की शिक्षा में महत्वपूर्ण बात है कि शिक्षा को रसपूर्ण बनाकर सीखाना, हँसते-हँसते सीखाना, खेलते खेलते सीखाना, गीत गाते गाते सीखाना, दुनिया में कही नही हैं ये।

- श्री राजीव दीक्षित जी

www.rajivdxt.com